

EXPERIMENTELL FYSIK 2
Fasta tillståndets fysik Uppgift IV

Erik Andersson och Viktor Hallman

19 april 2011

Sammanfattning

Laborationen innehöll tre huvudmoment. Det första handlade om att genom röntgendiffraktion bestämma ett ämnes atomära struktur. Det resultat som erhöles var koppar med gitterstruktur FCC och gitterparameter 4.089 Å. Den andra delen handlade om att bestämma transmissionen av strålning genom galliumarsenid. Strålningen låg i våglängdsintervallet 175 till 3300 nm. I den tredje delen undersöktes Halleffekten genom att leda ström igenom en bit germanium och mäta potentialskillnaden som uppstod då ämnet utsattes för ett magnetfält som inte var parallellt med strömmen. Hallkoefficienten bestämdes till $0.0219 \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$.

Abstract

The laboration contained three main parts. The first was about X-ray diffraction and the goal was to map the atomic structure of an unknown substance. The result obtained was copper with FCC lattice structure and a lattice parameter of 4.089 Å. In the second task the main goal was to measure the transmission of radiation through gallium arsenide. The wavelength of the radiation varied from 175 to 3300 nm. In the third part the Hall effect was examined by directing a current through a piece of germanium and then measure the potential difference that occurred when the object was subjected to a magnetic field perpendicular to the current. The study of the Hall effect resulted in a value of $R_H = 0.0219 \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$.

Innehåll

1	Inledning	1
2	Grunduppgift	1
2.1	Teori	1
2.1.1	Röntgendiffraktion	1
2.1.2	Optisk transmission för GaAs	4
2.2	Uppkoppling och experiment	5
2.2.1	Röntgendiffraktion	5
2.2.2	Optisk transmission för GaAs	6
2.3	Resultat	6
2.3.1	Röntgendiffraktion	6
2.3.2	Optisk transmission för GaAs	7
2.4	Diskussion	10
3	Extrauppgift	10
3.1	Teori	10
3.2	Experiment	13
3.3	Resultat	14
3.3.1	Halleffekt	14

1 Inledning

Syftet med första delen av grunduppgiften var att bestämma ett ämnes atomära struktur för att i förlängningen komma fram till vilket ämne det rörde sig om. Det här skulle göras genom användning av Debye-Scherrer-metoden, vilket innebar att man genom att pulverisera ett ämne och sedan diffraktera röntgenstrålning mot provet fick fram ämnets struktur och gitterkonstant. När det här var bestämt gick det med enkelhet att få fram vilken den aktuella substansen var.

Den andra delen bestod av att förstå vad optisk transmission är och utföra transmissionsmätningar på galliumarsenid (GaAs). Praktiskt var uppgiften inte så krävande utan det svåra kom då resultatet skulle tolkas och utvärderas. Enligt teorin skall transmissionen vara liten då det infallande ljusets våglängd är mindre än våglängden som svarar mot bandgapet. Mätningarna gjordes med en Cary 500 Spectrophotometer som kunde mäta i våglängdsintervallet 175 till 3300 nm.

2 Grunduppgift

2.1 Teori

2.1.1 Röntgendiffraktion

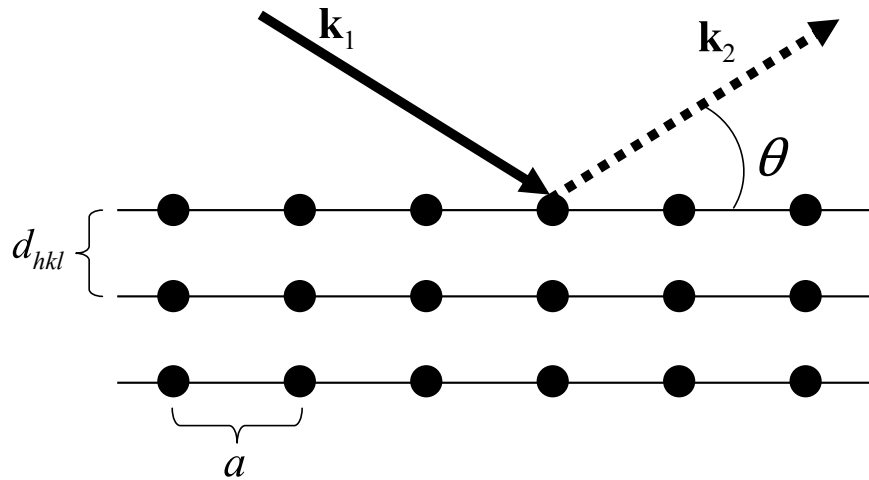
Grunduppgiftens första deluppgift bestod i att bestämma strukturen och gitterparametern för ett okänt prov och sedan utröna vilket ämne provet bestod av. För att göra det här användes den så kallade Debye-Scherrer-metoden, vilken gick till på följande sätt: Ett pulverprov skapades från ett befintligt ämne, sattes på en snurrande skiva, och belystes med monokromatisk röntgenstrålning med given vågvektor, \mathbf{k}_1 . Det vill säga att dess riktning och våglängd var känd. För strålning infallande mot en kristall gäller Braggs lag:

$$2d_{hkl} \sin \theta_n = n\lambda \quad (1)$$

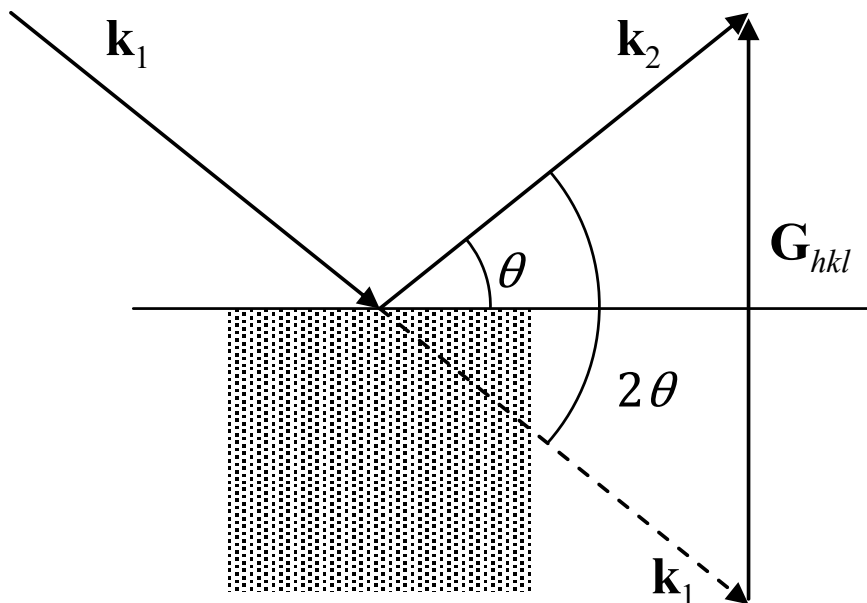
där d_{hkl} är avståndet mellan två kristallina plan, θ är vinkeln mellan det reflekterande planet och den utafallade vågen, \mathbf{k}_2 , se Figur 1. Känt är även att våglängden $\lambda = \frac{2\pi}{|\mathbf{k}_1|}$. Enligt Laue måste också följande relation gälla för diffraktion:

$$\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \mathbf{G}_{hkl} \quad (2)$$

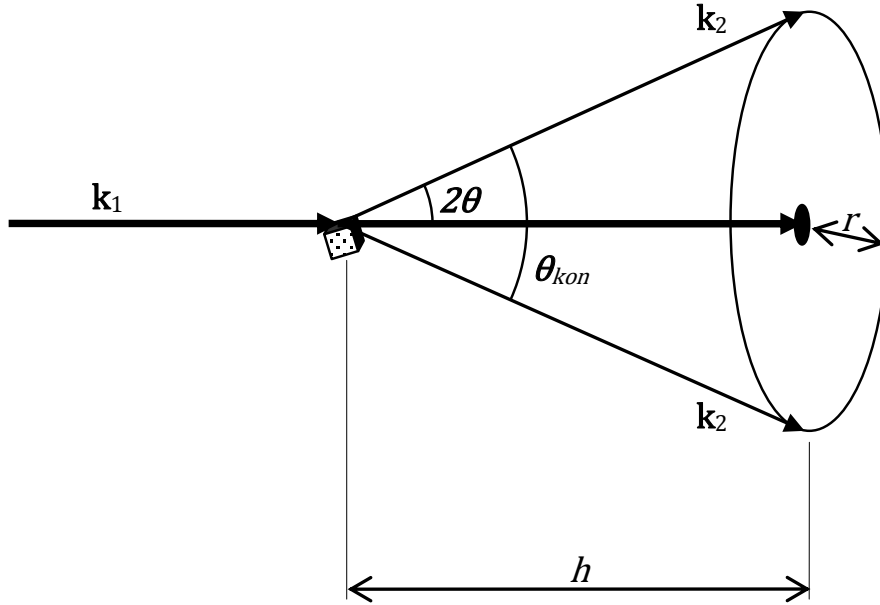
där \mathbf{G}_{hkl} är reciprok gittervektor för ett i pulvret, idealt sett, monokristallint korn, se Figur 2.



Figur 1: Schematisk bild över spridning mot ett kristallint plan. \mathbf{k}_1 och \mathbf{k}_2 är vågvektorerna för inkommande, respektive spridd, strålning. d_{hkl} är avståndet mellan två plan av typ (hkl) , θ vinkeln mellan utgående, eller inkommande, våg och reflektionsplanet. a är kristallens gitterparameter.



Figur 2: I figuren syns hur vågvektorerna \mathbf{k}_1 och \mathbf{k}_2 relaterar till den reciproka gittervektorn, \mathbf{G}_{hkl} , vid diffraktion.



Figur 3: Infällande våg, \mathbf{k}_1 , reflekteras mot ett plan i provet. Då planen var orienterade godtyckligt bildade möjliga reflekterade vågor, \mathbf{k}_2 , en kon med basradien r , höjden h och toppvinkeln θ_{kon} .

Då riktningarna på kornen i provet var högst stokastiska, samtidigt som provets orientering kontinuerligt ändrades, kom även riktningen på \mathbf{G}_{hkl} att skifta. Dock är $|\mathbf{G}_{hkl}|$ konstant för en given uppsättning (hkl) och $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2|$ ty elastisk diffraktion. Därför gick diffrakterade strålar, för givet (hkl) , ut ifrån provet i form av en kon, se Figur 3.

Genom definitionen av Miller-index[1] fås att:

$$d_{hkl} = \frac{2\pi}{|\mathbf{G}_{hkl}|} \quad (3)$$

Antas kubisk struktur gäller att:

$$d_{hkl} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 + l^2}} \quad (4)$$

där a är ämnets gitterparameter. Sättes ekvation (4) in i (1), med antagandet att bara första ordningens reflektion behandlas, erhålls:

$$\sin^2 \frac{\theta_{kon}}{4} = \left(\frac{\lambda}{2a} \right)^2 (h^2 + k^2 + l^2) \quad (5)$$

Struktur	Förkortning	Specifikation
Simple cubic	SC	Alla kombinationer av h, k, l tillåtna.
Face-centered cubic	FCC	Alla h, k, l skall vara antingen jämna eller udda.
Body-centered cubic	BCC	$h + k + l$ skall vara jämnt.
Diamond structure	DS	h, k, l skall alla vara delbara med 2. Sedan skall $h + k + l$, eller $h + k + l - 1$ vara delbart med 4.

Tabell 1: Tabellen visar vilka kubiska strukturer som togs hänsyn till.

där θ_{kon} är vinkeln i toppen av den utstrålande konen, se Figur 3. θ_{kon} räknas med lätt trigonometri ut med hjälp av radien r och höjden h i bilden.

Nu har existerat ett uttryck för vilka vinklar som är tillåtna för ett specifikt material, vid en viss våglängd. Dock var det inte känt vilket material som var aktuellt och kände då inte heller gitterparametern a . För att eliminera den parametern kan två vinklar observeras, varpå ett förhållande fås fram:

$$\frac{\sin^2 \theta_1}{\sin^2 \theta_2} = \frac{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2}{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2} \quad (6)$$

Eftersom uppsättningen (hkl) bara kan anta vissa värden för en given struktur, se Tabell 1, kommer även förhållandet i ekvation (6) att anta specifika värden. Experimentellt erhöles vilken struktur som var aktuell, eftersom alla förhållanden inte är tillåtna för alla strukturer.

I och med att strukturen bestämdes kunde även gitterparametern bestämmas med ekvation (5).

2.1.2 Optisk transmission för GaAs

Uppgiften bestod av att bestämma den optiska transmissionen för GaAs i intervallet $185 \text{ nm} < \lambda < 25000 \text{ nm}$. Tabellvärdet för bandgapet för GaAs är 1.43 eV vilket motsvarar våglängden $\lambda \simeq 867 \text{ nm}$. De två mätapparaturerna som skulle använts, Cary 500 och Perkin Elmer 1725, skiljer sig väsentligt tekniskt. Tekniken bakom Cary 500 är relativt enkel då den i princip består av en strålningskälla, en monokromator och en detektor. Mellan detektorn och monokromatorn sitter provet och genom att jämföra en mätning med och utan provet kan absorptionen beräknas genom att jämföra resultaten. Datan registreras som intensitet som funktion av våglängd. Genom att kalla

intensiteten utan prov för $I_0(\lambda)$ och intensiteten med prov för $I(\lambda)$ fås den relativa absorbtionen genom

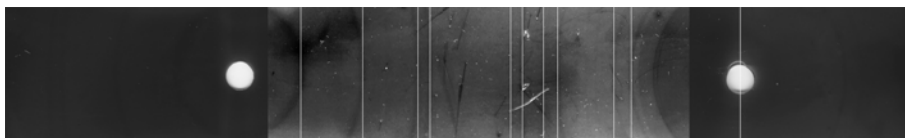
$$\frac{I(\lambda)}{I_0(\lambda)} = T(\lambda) \quad (7)$$

Till skillnad från Cary 500, som bara mäter en våglängd i taget, mäter Perkin Elmer 1725 på alla våglängder samtidigt. Apparaten har en strålningskälla som skickar strålning genom en Michelson-interferometer. Principen för Michelson-interferometern är att inkommande ljus delas upp i två separata strålar och genom att ändra fasan, optiska vägen, på den ena strålen och sammanstråla strålarna kommer ljuset att interferera olika mycket beroende på våglängd. Det ljus med våglängd sådan att ljuset är i fas efter interferometern kommer att gå obehindrat förbi medans ljus i motfas släckas ut. Intensitetsfördelningen som funktion av våglängden kommer efter Michelson-interferometern att vara sinusformad med en våglängd som är beroende av interferometerens inställning det vill säga den optiska vägförlängningen. Som tidigare nämnt mäter Perkin Elmer 1725 Fouriertransformen av ljuset. Detektorerna mäter oberoende av våglängden så signalen från detektorerna kan ses som en integral av intensiteten över våglängden. Michelson-interferometern kommer bidra med att den frekvensberoende intensiteten kommer faltas med en trigonometrisk funktion. Tillsammans bildar Michelson-interferometern och detektorerna de två fundamentala delarna i Fouriertransform.

2.2 Uppkoppling och experiment

2.2.1 Röntgendiffraktion

Det första som gjordes var att få fram ett pulveriserat prov som sedan hölls i en liten behållare, vilken förslöts. Behållaren skulle sedan sättas på en snurrande anordning, men det var tvunget att göras med hög precision för att undvika precession då provet snurrades. Innan strålningen påbörjades förbereddes en fotokänslig film som sattes symmetriskt runt om provet. När alla kapslar med prov i var förslutna utsattes de för röntgenstrålningen. Röntgenröret med koppar-anod gav kontinuerlig strålning med K_α -toppar, men då det fanns ett nickel-filter mellan källan och provet sorterades all strålning bort förutom K_α -linjerna och en väldefinierad våglängd, 1.5418 Å, för strålningen erhöles [2]. Efter ungefär 17 minuters exponering var det dags för framkallning av filmen. Efter framkallning sågs tydliga ringar på filmen, se Figur 4. Från ringarna räknades θ_{kon} ut och från dem vilken struktur som var aktuell. Beräkningarna gjordes med hjälp av Matlab.



Figur 4: Det här är filmen som erhöles efter röntgenexponeringen. De förtydligade ringarna är de som användes vid beräkning.

2.2.2 Optisk transmission för GaAs

Uppgiften var att mäta den optiska transmission för GaAs i våglängdsintervallet $185 \text{ nm} < \lambda < 25000 \text{ nm}$ med hjälp av Cary 500 och Perkin Elmer 1725. Dock fungerade inte Perkin Elmer sedan några år tillbaka, vilket uteslöte mätningar över 3300 nm . Cary 500 var tämligen lättskött. En skiva GaAs placerades i maskinen, öppningen förslöts och mätningen påbörjades. Det gick att mäta med hög noggrannhet, 0.02 nm . Dock tog de högupplösta mätningarna en anseilig tid, varpå mätningar med minimalt 0.03 nm upplösning gjordes. Två olika uppställningar av mätobjektet testades dock. Den ena innebar att GaAs-biten satt fast i sin förbestämda position vid mätning. Mätuppställning nummer två gick ut på objektet tejpades upp emot sensorn så att ingen strålning skulle läcka in.

2.3 Resultat

2.3.1 Röntgendiffraktion

De uppmätta värdena var enligt Tabell 2 med tillhörande Millerindex och resulterande gitterparameter. Genom att plotta kvoten mellan sinus av de två diffraktionsvinklar kan gitterstrukturen bestämmas genom att jämföra med kvoten på Millerindex för respektive linje.

Mätfel vid avläsning av bilden är $\Delta l = 0.04 \text{ cm} \Rightarrow \Delta \theta = \frac{\Delta l}{r} = 0.0140$ radianer. Felfortblantningen till gitterparametern a från θ blir

$$\Delta a = \frac{da(\theta)}{d\theta} \Delta \theta \quad (8)$$

Gitterparametern ges av uttrycket

$$a(\theta) = \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \frac{h^2 + k^2 + l^2}{\sin \theta} \quad (9)$$

och dess derivata

i	$\frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_i)}$	$\sqrt{\frac{h_1^2+k_1^2+l_1^2}{h_i^2+k_i^2+l_i^2}}$	a [Å]	Index
1	1	1	4.030 ± 0.0801	111
2	0.8695	0.8660	4.046 ± 0.0685	200
3	0.6201	0.6124	4.081 ± 0.0451	311
4	0.5288	0.5222	4.081 ± 0.0354	222
5	0.5096	0.5000	4.107 ± 0.0335	311
6	0.4025	0.3974	4.083 ± 0.0197	420
7	0.3933	0.3873	4.093 ± 0.0183	422
8	0.3594	0.3536	4.097 ± 0.0120	511
9	0.3385	0.3333	4.092 ± 0.0060	440

Tabell 2: Tabellvärdena matchar de teoretiska värdena för tillåtna mullerindex i FCC struktur enligt tabellen .

$$\frac{da(\theta)}{dx} = -\frac{\lambda \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta} \frac{h^2 + k^2 + l^2}{\sqrt{2}} \quad (10)$$

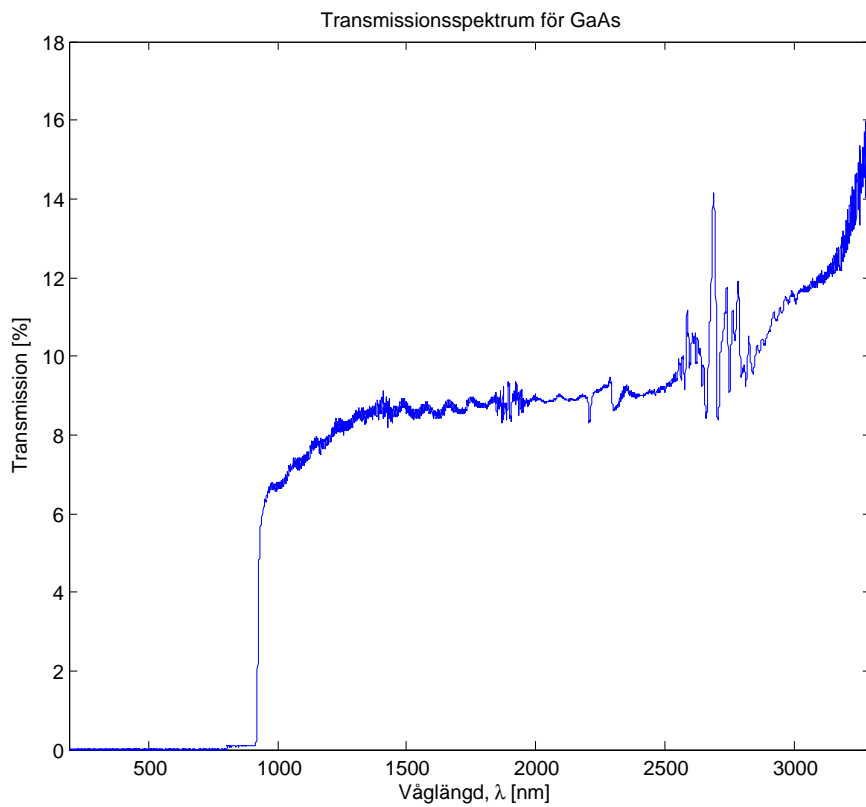
Genom att kombinera ekvationerna (8) och (10) med osäkerheten i vinkelmätningen kan felet i gitterparameter a beräknas.

mycket mellan de olika mätningarna och genom att beräkna ett vikta medelvärde där de olika resultaten viktas med inversen på felstorleken kan ett rimligt medelvärde beräknas. Med det viktade medelvärdet blev gitterparametern 4.089 ± 0.0427 Å. Aluminium har enligt tabell en gitterparameter på 4.05 vilket ligger inom felmarginalen.

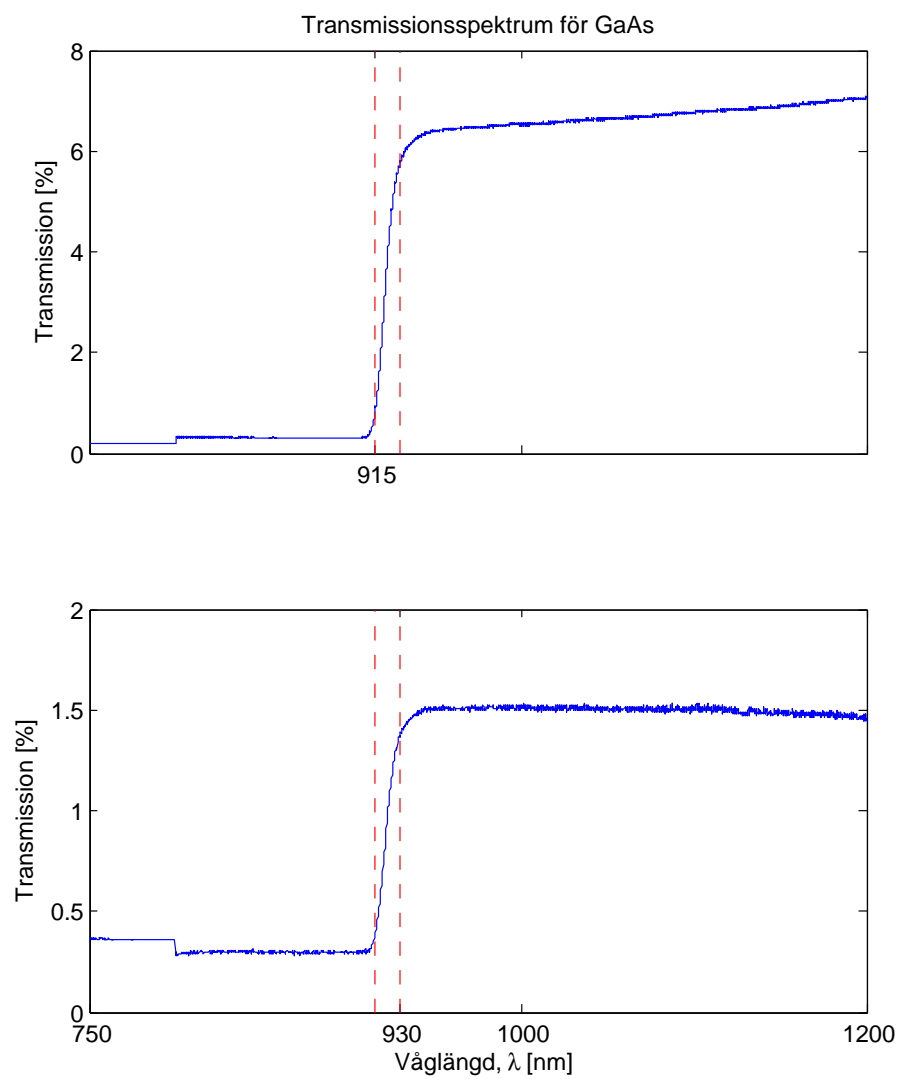
2.3.2 Optisk transmission för GaAs

Transmissionen genom GaAs förväntades vara 0 upp till en viss våglängd λ_0 och sedan $\neq 0$ för längre våglängder. Enligt tabellvärden för GaAs är bandgapet 1.43 eV vilket gav att $\lambda_0 = 867$ nm. Vid mätning erhöles transmissionsspektrumet i Figur 5.

Som synes blir spektrumet mer brusigt ju högre våglängden blir, vilket är en tydlig indikation på att det hade varit bra att använda Perkin Elmer där. Vid de, för bandgapet, intressanta frekvenserna är tydligheten dock god och en än mer högupplöst mätning i det området gav resultatet som syns i Figur 6. Flertalet mätningar gav att bandgapet för GaAs skulle vara 922.5 ± 7.5 nm. Det här skiljer sig från det förväntade 867 nm.



Figur 5: En fullständig mätning av transmissionsspektrumet i våglängdsintervallet $185 \text{ nm} < \lambda < 25000 \text{ nm}$ för GaAs med Cary 500.



Figur 6: Två mätningar av transmissionsspektrumet för GaAs. I båda fallen identifierades gränserna för bandgapet till 915 nm respektive 930 nm.

2.4 Diskussion

Gällande mätningen av bandgapet hos GaAs stämmer resultatet dåligt överens med förväntat värde, då felet ligger på 6.4% relativt det väntade 867 nm. Dock stämmer det uppmätta värdet 922.5 ± 7.5 nm bra överens med värdet på bandgapet hos indiumfosfid (InP), vilket är 1.35 eV eller 918 nm. Tyvärr fanns det inte något InP-prov till hands i labbet, vilket omöjliggjorde ett test av den teorin. Jämförelser av bilder på InP och mätobjektet framställde dock teorin mindre sannolik. För att kontrollera att avvikelsen inte berodde på handhavandefel gjordes kontrollmätningar på kisel (Si) och germanium (Ge). Resultaten av de mätningarna ses i Figur 7. För Si uppmättes ett bandgap på 1095 ± 70 nm, vilket ger ett fel på 2.0% relativt det väntade 1117 nm. För Ge förväntades bandgapet vid 1851 nm. Enligt Figur 7 uppmättes bandgapet till 1800 ± 100 nm, vilket relativt det förväntade värdet är 2.8% fel. Från det här kan slutsatsen dras att det GaAs stod ut lite från mängden vid mätning, men att felet inte var av abnorm storlek.

En annan sak som observerades var minskad transmission vid 975 nm, se Figur 8. Då avvikelsen skiljer sig från kringliggande brus, får förklaring sökas på annat håll. Experiment har gjorts som visar på två-fonon absorption i GaAs [3], dock gjordes det vid 15 K så dess resultat är inte jämförbara med resultaten i aktuella mätningar.

3 Extrauppgift

3.1 Teori

Genom att skicka ström genom en germanium-kristall samtidigt som metallen befinner sig i ett magnetfält kan halleffekten studeras. Den fundamentala lag som ligger bakom fenomenet är Lorentzkraften

som beskriver rörelsen för en laddning i ett statiskt magnetfält.

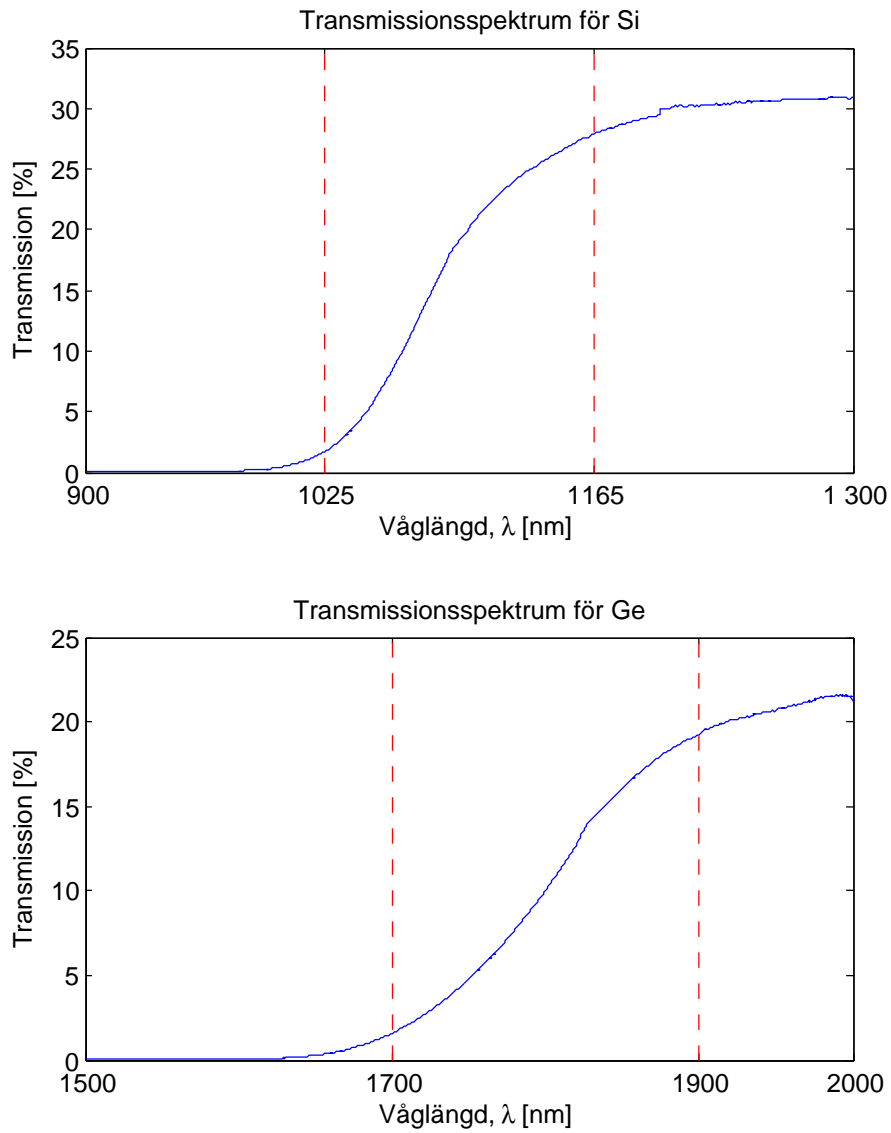
$$\mathbf{F} = q \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (11)$$

Där \mathbf{v} beskriver hastigheten av en laddning med laddningen q och \mathbf{B} är det pålagda magnetfältet.

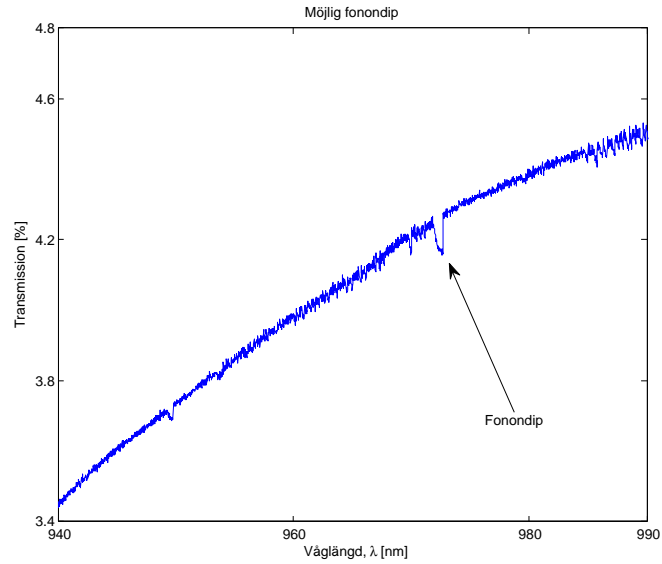
Ett alternativt sätt att formulera Halleffekten är utifrån mera lätthanterliga storheter som ström I och bredden på metallbiten enligt Figur 9.

$$V_H = R_H \frac{BI}{d} \quad (12)$$

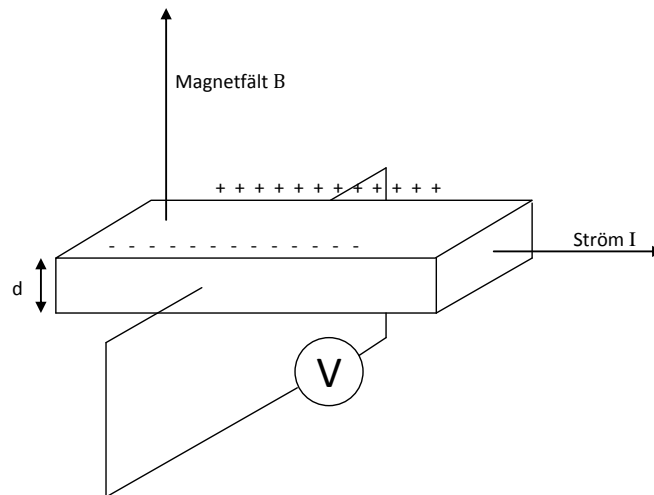
Där V_H är den uppmätta Hallspänningen. I ekvation (12) definieras storheten R_H som ett förhållande som beskriver hur stor spänningen blir i för-



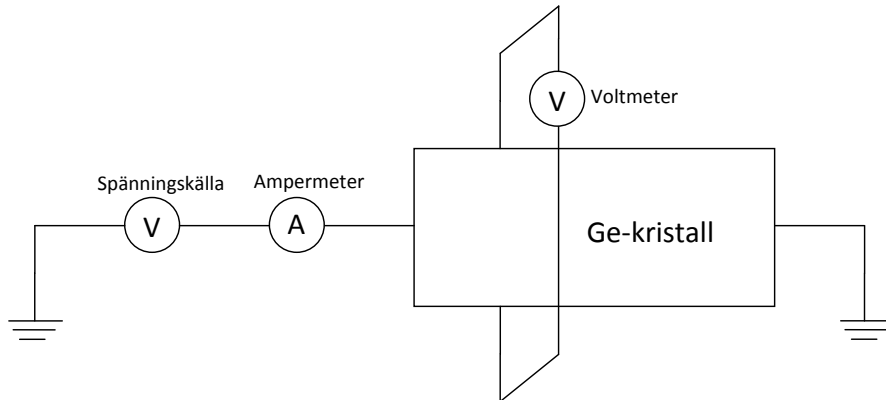
Figur 7: Två mätningar av transmissionsspektrumet för GaAs. I båda fallen identifierades gränserna för bandgapet till 915 nm respektive 930 nm.



Figur 8: En minskad transmission observerades vid 975 nm. Avvikelsen är större än närliggande brus och skulle kunna vara en fononabsorption.



Figur 9: Beskrivning av de aktuella storheterna vid mätning av Halleffekten.

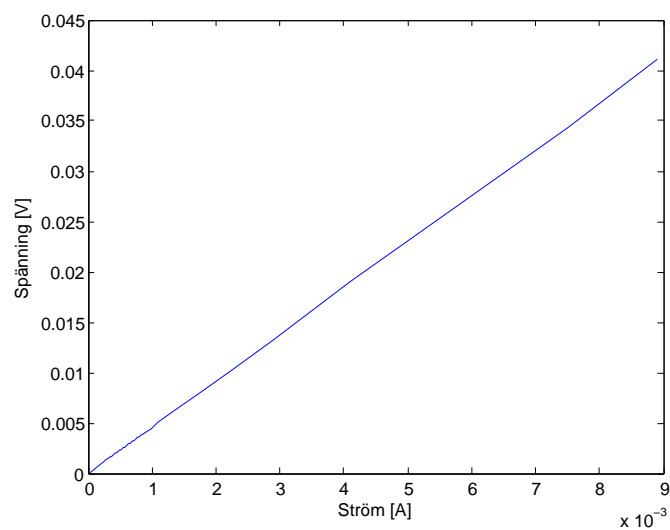


Figur 10: Beskrivning av uppställningen vid bestämning av R_H .

hållande till produkten $\frac{BI}{d}$. Anledningen till varför höjden d kommer med i uttrycket är att ett minskat avstånd d medför en mindre tvärsnittsytta och om strömmen, laddningar per sekund, ska vara bevarad krävs en större hastighet på elektronerna vilket enligt (11) ger en ökad separation på elektronerna vilket skapar högre spänning. Anledningen till varför inte bredden på ledningen är med kan förklaras genom att tänka sig att två ledningar parallellkopplas. Då kommer hastigheten på elektronerna halveras vid bevarad ström vilket halverar kraften på elektronerna men eftersom potentialskillnaden är vägintegralen av E -fältet och vägen, med andra ord bredden, dubblas kommer potentialen vara densamma även vid annan bredd alltså är inte bredden med i uttrycket. Att längden på ledningen inte är med är naturligt då den den varken påverkar hastigheten på elektronerna eller avståndet i vägintegralen för beräkning av potentialen. R_H kan ses som en materialkonstant.

3.2 Experiment

Experimentuppställningen visas i Figur 10 och målet var att bestämma R_H . Genom att mäta Hallspänningen för olika värden på strömstyrkan kunde teorin enligt ekvation (12) verifieras. Hallspänningen kommer vara liten vilket ställer krav på mätapparaturen. Genom att göra ett stort antal mätningar med olika strömmar genom provet kan punkterna sedan plottas i ett diagram. Lutningen på linjen då V_H plottas mot I står i relation till R_H genom att lutningen ges av $\frac{BR_H}{d}$



Figur 11: Spänningen som funktion av strömmen genom en metallbit som utsattes för ett homogent magnetfält på 0.105 T.

3.3 Resultat

3.3.1 Halleffekt

Genom att plotta den uppmätta spänningen som funktion av strömmen som går genom metallen kan Hallkonstanten bestämmas enligt ekvation (12). Grafen visas i Figur 11

Mätningarna gav ett värde på Hallkonstanten $R_H = 0.0219 \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$. Enligt tabellvärde är Hallkoefficienten för germanium $0.01907 \text{ m}^3 \text{ C}^{-1}$.

Referenser

- [1] Kittel, Charles. Introduction to solid state physics, 8th ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2005.
- [2] Röntgenstrålning. <http://materials.binghamton.edu/labs/xray/xray.html> M. Stanley Whittingham, hämtad 2011-03-24
- [3] Koteles, E.S. Two-phonon absorption in InSb, InAs, and GaAs. Department of physics, McMaster University, Hamilton, Ont., Canada. Received March 10, 1976.